

Roll No. ....

Total Printed Pages - 7

**F-3771**

**B.Sc. (Part - III) Examination, 2022**

**(OLD/NEW Course)**

**MATHEMATICS**

**(Optional)**

**PAPER THIRD (II)**

**(Discrete Mathematics)**

*Time : Three Hours]*

*[Maximum Marks:50*

नोट : प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

**Note : Attempt any two parts of each question. All questions carry equal marks.**

**इकाई - 1 / Unit - 1**

1. (अ) आगमन विधि द्वारा सिद्ध कीजिए कि :

[2]

$n! \geq 2^n$  सभी  $n \geq 4$  के लिए

Prove by induction method that

$n! \geq 2^n$  for all  $n \geq 4$

(ब) यदि  $G = (\{0,1\}, \{s\}, s, \{s \rightarrow 0s1, s \rightarrow \wedge\})$  एक व्याकरण है, तो  $L(G)$  ज्ञात कीजिए।

If  $G = (\{0,1\}, \{s\}, s, \{s \rightarrow 0s1, s \rightarrow \wedge\})$  is a grammar, find  $L(G)$ .

(स) एक चेसबोर्ड से यदृच्छया चार वर्गों को चुना जाता है, तो उनके एक विकर्ण में होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

If four squares are chosen at random on a chess-board, find the chance that they should be in a diagonal line.

**इकाई - 2 / Unit - 2**

2. (अ) मान लो  $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24\}$  संबंध "a, b को विभाजित करता है" द्वारा क्रमित है। A का हैसूह आरेख खींचिए।

Let  $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24\}$  be ordered by the relation "a divides b". Draw the Hasse diagram of A.

P.T.O.

F-3771

[3]

(ब) मान लो  $(L, \leq)$  एक लैटिस है तथा मान लो  $\wedge$  तथा  $\vee$  में  $L$  क्रमशः अवसंधि तथा सम्मिलन संक्रियाओं को निरूपित करते हैं। तब किन्हीं  $a, b \in L$  के लिए सिद्ध कीजिए कि :

$$(i) \quad a \leq b \Leftrightarrow a \wedge b = a$$

$$(ii) \quad a \leq b \Leftrightarrow a \vee b = b$$

Let  $(L, \leq)$  be a lattice and let  $\wedge$  and  $\vee$  denote the operations of meet and join in  $L$ . Then prove that for any  $a, b \in L$ :

$$(i) \quad a \leq b \Leftrightarrow a \wedge b = a$$

$$(ii) \quad a \leq b \Leftrightarrow a \vee b = b$$

(स) किसी समतलीय सम्बद्ध आरेख में दर्शाइए कि :

$$v - e + r = 2$$

जहाँ  $v, e$  व  $r$  क्रमशः आरेख के शीर्ष, कोर व क्षेत्र हैं।

For any connected planar graph, prove that:

$$v - e + r = 2$$

Where  $v, e$  and  $r$  are the number of vertices, edges and regions of the graph respectively.

[4]

### इकाई - 3 / Unit - 3

3. (अ) एक परिमित अवस्था यंत्र  $M$  की अभिकल्पना कीजिए जो दो द्वि-आधारी संख्याओं का योग कर सके।

Design a finite state machine  $M$  which can add two binary numbers.

(ब) मान लो  $a$  एक संख्यात्मक फलन है जो

$$a_r = \begin{cases} 2 & , 0 \leq r \leq 3 \\ 2^{-r} + 5, & r \geq 4 \end{cases}$$

से दिया जाता है, तो  $\Delta a$  तथा  $\nabla a$  का निर्धारण कीजिए।

Let  $a$  be a numeric function given by

$$a_r = \begin{cases} 2 & , 0 \leq r \leq 3 \\ 2^{-r} + 5, & r \geq 4 \end{cases}$$

then determine  $\Delta a$  and  $\nabla a$ .

(स)  $a_0 = 0, a_1 = 1$  सहित  $a_r = a_{r-1} + a_{r-2}, r \geq 2$  से परिभाषित फिबोनाशी अनुक्रम  $\{a_r\}$  के लिए जनक फलन ज्ञान कीजिए।

Find the generating function for the Fibonacci sequence  $\{a_r\}$  defined by  $a_r = a_{r-1} + a_{r-2}, r \geq 2$  with  $a_0 = 0, a_1 = 1$ .

[5]

**इकाई - 4 / Unit - 4**

4. (अ) अंतर समीकरण

$$a_r - 4a_{r-1} + 4a_{r-2} = (r+1).2^r \text{ को हल कीजिए।}$$

Solve the difference equation

$$a_r - 4a_{r-1} + 4a_{r-2} = (r+1).2^r$$

(ब) जनक फलन विधि से निम्नलिखित अंतर समीकरण का हल ज्ञात कीजिए:

$$a_{r+2} - 3a_{r+1} + 2a_r = 0, \quad r \geq 0$$

दिया है :  $a_0 = 2, a_1 = 3.$ 

Solve the following difference equation by using generating function method :

$$a_{r+2} - 3.a_{r+1} + 2a_r = 0, \quad r \geq 0$$

given that :  $a_0 = 2, a_1 = 3.$ 

(स) सिद्ध कीजिए कि वलय R के एक अरिक्त उपसमुच्चय S को R का एक उपवलय होने के लिए आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबंध यह है कि

[6]

(i)  $S + (-S) = S$

(ii)  $S.S \subseteq S$

Prove that the necessary and sufficient conditions for a non-empty subset S of a ring R to be a subring of R are:

(i)  $S + (-S) = S$

(ii)  $S.S \subseteq S$

**इकाई - 5 / Unit - 5**

5. (अ) दर्शाइए कि एक बंटनीय जालक में किन्हीं अवयवों a, b, c के लिए,

$$(a \vee b) \wedge c \leq a \vee (b \wedge c)$$

Show that for any elements a, b, c in a distributive lattice,

$$(a \vee b) \wedge c \leq a \vee (b \wedge c)$$

(ब) निम्नलिखित फलन का वियोजनीय प्रासामान्य रूप ज्ञात कीजिए :

$$f(x, y, z) = [(x + y') + (y + z')' + yz]$$

[7]

Find the disjunctive normal form of the following function:

$$f(x, y, z) = [(x + y') + (y + z)' + yz]$$

(स) सत्यता सारणी द्वारा सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित सूत्र एक पुनरुक्ति है :

$$(P \leftrightarrow q \wedge r) \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim P)$$

Prove by truth table that the following formula is a tautology :

$$(P \leftrightarrow q \wedge r) \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim P)$$